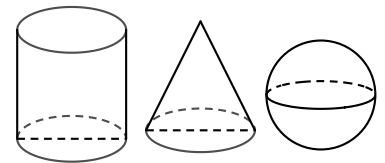
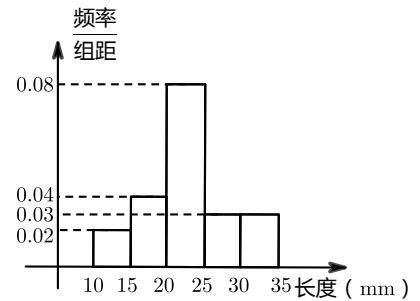


2019~2020学年天津和平区高一下学期期末数学试卷

一、选择题

1. i 是虚数单位, $\frac{3-4i}{1+2i} = ()$.
 A. $\frac{5}{3} + \frac{10}{3}i$ B. $\frac{11}{5} - 2i$ C. $-1 + 2i$ D. $-1 - 2i$
2. 设 l, m 是两条不同的直线, α 是一个平面, 则下列命题正确的是() .
 A. 若 $l \perp \alpha, l \parallel m$, 则 $m \perp \alpha$ B. 若 $l \perp m, m \subset \alpha$, 则 $l \perp \alpha$
 C. 若 $l \parallel \alpha, m \subset \alpha$, 则 $l \parallel m$ D. 若 $l \parallel \alpha, m \parallel \alpha$, 则 $l \parallel m$
3. 已知 $|\vec{a}| = 1, \vec{b} = (0, 2)$, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$, 则向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 夹角的大小为() .
 A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$
4. 某工厂对一批新产品的长度(单位: mm)进行检测, 如下图是检测结果的频率分布直方图, 据此估计这批产品的中位数与众数分别为() .
 A. 20, 22.5 B. 22.5, 25 C. 22.5, 22.5 D. 22.75, 22.75
5. 已知点 $A(1, 3), B(4, -1)$, 则与向量 $\overrightarrow{AB}$ 同方向的单位向量为() .
 A. $(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5})$ B. $(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ C. $(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ D. $(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$
6. 如图, 一个圆柱和一个圆锥的底面直径和它们的高都与一个球的直径相等, 这时圆柱、圆锥、球的表面积之比为() .
 A. $6 : (\sqrt{5} + 1) : 4$ B. $6 : \sqrt{5} : 4$ C. $5 : (\sqrt{5} + 1) : 4$ D. $5 : \sqrt{5} : 4$
7. 在 $\triangle ABC$ 中, $B = 30^\circ, AB = 2\sqrt{3}, AC = 2$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为() .
 A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ 或 $4\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$ 或 $2\sqrt{3}$
8. 正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, $AB = BC = 1, AA_1 = \sqrt{3}$, 则异面直线 BC_1 与 D_1B_1 所成角的余弦值为() .
 A. $\frac{\sqrt{14}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{28}}{14}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

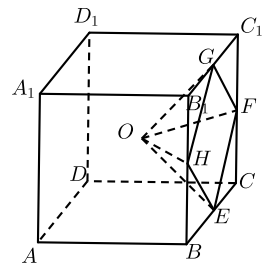


9. 已知点 O 、 N 、 P 在 $\triangle ABC$ 所在平面内,且 $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}|$, $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$, $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PA}$, 则点 O 、 N 、 P 依次是 $\triangle ABC$ 的().
- A. 重心、外心、垂心
B. 重心、外心、内心
C. 外心、重心、垂心
D. 外心、重心、内心

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 D 是 AB 边上一点, 若 $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} + \lambda\overrightarrow{CB}$, 则 $\lambda = ()$.
- A. $\frac{2}{3}$
B. $\frac{1}{3}$
C. $-\frac{1}{3}$
D. $-\frac{2}{3}$

二、填空题

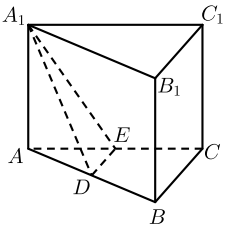
11. i 是虚数单位, 若 $\frac{2+ai}{1+i}$ 是纯虚数, 则实数 a 的值为 _____.
12. 某中学高一年级有学生1200人, 高二年级有学生900人, 高三年级有学生1500人, 现按年级用分层抽样的方法从这三个年级的学生中抽取一个容量为720的样本进行某项研究, 则应从高三年级学生中抽取 _____ 人.
13. 下列一组数据2.1, 3.0, 3.2, 3.8, 3.4, 4.0, 4.2, 4.4, 5.3, 5.6, 这组数据的第25百分位数是 _____.
14. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 向量 $\vec{a} = (x, 1)$, $\vec{b} = (1, y)$, $\vec{c} = (-2, 4)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{c}$, $\vec{b} \parallel \vec{c}$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}| =$ _____.
15. 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, 其中 O 为长方体的中心, E, F, G, H 分别为所在棱的中点, $AB = BC = 6$, $AA_1 = 4$, 挖去四棱锥 $O - EFGH$ 后所得几何体体积为 _____.



16. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD = 1$, $\angle BAD = 60^\circ$, E 为 CD 的中点, 若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BE} = 1$, 则 AB 的长为 _____.

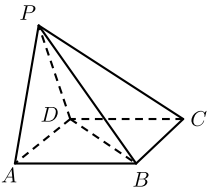
三、解答题

17. 已知 $\triangle ABC$ 中, $BC = 7$, $AB = 3$, 且 $\frac{\sin C}{\sin B} = \frac{3}{5}$.
- (1) 求 AC .
- (2) 求 $\angle A$.
18. 某居民小区有两个相互独立的安全防范系统(简称"系统") A 和 B , 系统 A 和系统 B 在任意时刻发生故障的概率分别为 $\frac{1}{10}$ 和 p .
- (1) 若在任意时刻至少有一个系统不发生故障的概率为 $\frac{49}{50}$, 求 p 的值.
- (2) 设系统 A 在3次相互独立的检测中不发生故障的次数为 X , 求 $X = 0$, $X = 1$, $X = 2$, $X = 3$ 时的概率 $P(X = 0)$, $P(X = 1)$, $P(X = 2)$, $P(X = 3)$.
19. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $BC \perp AC$, D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点.



- (1) 求证： $B_1C_1 \parallel$ 平面 A_1DE .
- (2) 若点 F 是 A_1C_1 上的动点，求证： $DE \perp EF$.

20. 如图，在四棱锥 $P - ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形，侧面 PAD 是正三角形，且平面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$.



- (1) 求证： $AB \perp$ 平面 PAD .
- (2) 求直线 PC 与底面 $ABCD$ 所成角的余弦值 .